UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

CAIO ANGELO DA SILVA

Aspectos do modelo de Glashow-Weinberg-Salam

São Carlos
2023

CAIO ANGELO DA SILVA

Aspectos do modelo de Glashow-Weinberg-Salam

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Programa de Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Agostinho Ferreira.

São Carlos
2023

Silva, Caio Angelo da
Aspectos do modelo de Glashow-Weinberg-Salam / Caio Angelo da Silva; orientador Luiz Agostinho Ferreira -- São Carlos, 2023.
28 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Física) -- Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Teoria Eletrofraca. 2. Teorias de Gauge não-Abelianas. 3. Mecanismo de Higgs. I. Agostinho Ferreira, Luiz, orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer à minha mãe e ao meu pai, Carla e Fábio, por tornarem possível que eu seguisse os meus sonhos e, principalmente, por sempre me apoiarem nas minhas escolhas. Quero agradecer também ao meu irmão, Nícolas, pela convivência tranquila e pelos inúmeros lanches e sorvetes nesses anos que estamos morando juntos. Agradeço também à minha dinda, Clícia, ao tio Marcos e à tia Cristina, aos meu avôs Izaac e Gilson e avós Enir e Hortência, por toda a ajuda, por todo o carinho e por sempre me apoiarem. Quero agradecer também ao meu sogrão e à minha sogrinha, Marildo e Carmen, pelo enorme carinho e pelos vários quibebes e cabotiás. E especialmente, gostaria de agradecer à minha namorada, Natália, minha melhor amiga, minha companhia e alegria de todos os dias, por todos os momentos juntos e por todo o amor e carinho.

Do lado acadêmico, agradeço aos meus professores do ensino médio, Cesar, Douglas, Breno, Cláudia, Gelson e Michel, por todas as conversas e oportunidades que sem dúvida me colocaram no caminho que estou trilhando e, aqui na USP, ao professor Frederico por valiosos conselhos. Gostaria de agradecer profundamente ao meu orientador, Luiz Agostinho, por toda a ajuda e pelas excelentes sugestões de temas e projetos sempre perfeitamente alinhados com os meus interesses. Por fim, gostaria de agradecer à FAPESP por financiar a minha Iniciação Científica, da qual esta monografia é fruto.

FINANCIAMENTOS

Esta monografia é resultado de um projeto de Iniciação Científica financiado com Bolsa (processo nº 2023/04292-8) pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do autor e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

RESUMO

Neste trabalho veremos os principais aspectos por trás da formulação do Modelo de Glashow-Weinberg-Salam (GWS), responsável por descrever duas das quatro interações fundamentais da Natureza no Modelo Padrão da Física de Partículas: a interação eletromagnética e a interação nuclear fraca. Em primeiro lugar, após um breve resumo de resultados importantes do Eletromagnetismo, veremos a formulação geral das Teorias de Gauge não-Abelianas (Teorias de Yang-Mills), empregadas na formulação do Modelo Padrão. Em seguida, discutiremos o conceito de Quebra Espontânea de Simetria (QES) e demonstraremos o importante Teorema de Nambu-Goldstone, relacionado ao surgimento de "partículas fantasma" de massa nula denominadas bósons de Nambu-Goldstone. Consideraremos depois o fenômeno da QES no contexto de uma Teoria de Gauge qualquer, demonstrando assim, no caso geral, o famoso Mecanismo de Higgs. Feito isso, discutiremos a violação da paridade pela interação nuclear fraca e a sua relação com os conceitos de quiralidade e espinores de Weyl. Por fim, juntando todos esses elementos, faremos a formulação do GWS no setor leptônico do Modelo Padrão discutindo, em particular, as correntes carregadas e neutras da interação fraca, os bósons intermediários correspondentes, o Mecanismo de Higgs e o ilustre bóson de Higgs, os termos de massa para os campos de gauge, o acoplamento de Yukawa e com isso a origem das massas dos léptons carregados.

Palavras-chave: Teoria Eletrofraca. Teorias de Gauge não-Abelianas. Mecanismo de Higgs.

SUMÁRIO

1 Introdução

O Modelo de Glashow-Weinberg-Salam (GWS) é a teoria que descreve, de maneira unificada, duas das quatro interações fundamentais da Natureza no Modelo Padrão da Física de Partículas: as interações eletromagnética e nuclear fraca, razão pela qual recebe também o nome de Teoria Eletrofraca.

Formulada na década de 60 pelos físicos Sheldon Lee Glashow, Steven Weinberg e Abdus Salam (e envolvendo ideias e resultados fundamentais de Chen Ning Yang, Robert Mills, Tsung-Dao Lee, Chien-Shiung Wu, Yoichiro Nambu, Jeffrey Goldstone, Peter Higgs, François Englert, Robert Brout, Thomas Kibble e muitos outros, como veremos), a Teoria Eletrofraca conta com uma rica história que se inicia em 1933 com a primeira descrição da interação fraca por Enrico Fermi e culmina, com o Modelo GWS, na unificação da mesma com o eletromagnetismo, algo certas vezes comparado à unificação das interações elétricas e magnéticas por Oersted, Faraday e Maxwell cerca de 100 anos antes.

Tão ricos quanto a sua história, entretanto, são os conceitos e resultados físicos empregados na sua formulação. Mais especificamente, o Modelo GWS é uma Teoria de Gauge não-Abeliana (ou Teoria de Yang-Mills) do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ com a simetria espontaneamente quebrada e a massa dos bósons de gauge gerada pelo Mecanismo de Higgs, o qual é também responsável por eliminar da teoria os indesejados bósons de Nambu-Goldstone que surgem com a quebra da simetria. Além disso, a interação fraca apresenta um comportamento surpreendente e único entre as quatro interações fundamentais: os seus processos violam a paridade, e na formulação do Modelo isso se dá pelo acoplamento de férmions quirais (descritos por espinores de Weyl) aos campos de gauge.

Todos esses conceitos e resultados, descobertos e elaborados pelos diversos físicos citados acima, possuem enorme relevância e importância física por si só. Sendo assim, e visando também dar uma noção do desenvolvimento histórico por trás do Modelo GWS, faremos ao longo desse trabalho uma breve apresentação de cada um dos conceitos do parágrafo anterior.

2 Simetrias e interações fundamentais

2.1 O Eletromagnetismo como uma teoria de gauge do $U(1)$

A Eletrodinâmica Clássica, cuja formulação final foi alcançada com as Equações de Maxwell e a Força de Lorentz na segunda metade do século XIX, é uma teoria muito bem estabelecida para a interação eletromagnética, que no regime quântico (de campos) do Modelo Padrão é generalizada para a chamada Eletrodinâmica Quântica (QED), uma das teorias mais bem sucedidas de toda a Física.

Um dos seus resultados mais fundamentais relaciona-se com a estrutura de $grupo$ do Eletromagnetismo, obtido do fato da teoria ser invariante por transformações *locais* de fase. Na QED, esse resultado é deduzido, uma consequência das leis (empíricas!) de Maxwell e Lorentz, mas no Modelo Padrão ele pode ser tomado como um princípio e ser generalizado na esperança de se obter uma descrição das demais forças fundamentais. Façamos então um rápido resumo sobre essas ideias da QED.

Começamos com a Lagrangeana[1] para um campo fermiônico livre (de spin 1/2):

$$\mathscr{L}_0 = i\hbar c\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc^2\overline{\psi}\psi \tag{1}$$

guardando, por exemplo, o campo de matéria referente a um par elétron-pósitron (livre, inicialmente).

Para introduzir a interação eletromagnética, retomamos o chamado *acoplamento minimal*[2]:

$$\partial_\mu \to \partial_\mu + i\frac{q}{\hbar c}A_\mu \qquad \text{com} \qquad A^\mu \equiv (\phi, \boldsymbol{A}) \tag{2}$$

onde ϕ e $\boldsymbol{A}$ são os potenciais usuais do Eletromagnetismo e q a carga elétrica do férmion em questão.

Sendo assim, retomando a Lagrangeana livre (1), temos que o acoplamento do campo eletromagnético A_μ ao campo de matéria (ou seja, a introdução da interação eletromagnética para esse campo) pode ser feito trocando-se as derivadas de acordo com a equação (2) acima, de forma que obtemos:

$$\mathscr{L}' = i\hbar c\overline{\psi}\gamma^\mu\left(\partial_\mu + i\frac{q}{\hbar c}A_\mu\right)\psi - mc^2\overline{\psi}\psi \tag{3}$$

Abrindo-se essa equação, obtemos o termo livre do campo ψ dado por (1) e uma 4-corrente $J^\mu = q\overline{\psi}\gamma^\mu\psi$ acoplada ao campo eletromagnético A_μ que, portanto, corresponde a um termo de interação para esses dois campos. Vemos que a equação (2) realmente introduz a interação eletromagnética.

Agora, consideremos as chamadas *transformações de gauge* do 4-potencial dadas por:

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\alpha \qquad \text{com} \qquad \alpha = \alpha(x) \tag{4}$$

onde α é uma função qualquer (bem comportada) do espaço-tempo. Com essa transformação, é introduzido em (3) um termo adicional que, na extremização em relação aos campos de matéria da ação correspondente, segue para as equações de movimento alterando assim a dinâmica dos campos.

[1]Adotaremos a prática comum da literatura e usaremos apenas “Lagrageana” ao invés de “densidade Lagrangeana”.

[2]Aqui e em tudo que segue, utilizaremos unidades do CGS e $\eta = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ para a métrica do espaço-tempo.

A maneira de eliminar esse problema é introduzindo alguma transformação para os campos de matéria ψ e $\overline{\psi}$ de forma que o primeiro termo de $\mathscr{L}'$ acima fique invariante. No caso, isso pode ser feito generalizando-se a invariância por transformações *globais* de fase observada em (1) e impondo que essas transformações sejam *locais*, com uma fase $\alpha = \alpha(x)$ a mesma função que aparece em (4):

$$\psi \to \exp\left(-i\frac{q}{\hbar c}\alpha\right)\psi \quad , \quad \overline{\psi} \to \exp\left(i\frac{q}{\hbar c}\alpha\right)\overline{\psi} \qquad \text{com} \qquad \alpha = \alpha(x) \tag{5}$$

Como $\overline{\psi}\psi \to \overline{\psi}\psi$ por essas transformações, na equação (3) obtemos que $\mathscr{L}' \to \mathscr{L}'$ e portanto concluímos que as transformações acima correspondem a uma *simetria interna*[3] do Eletromagnetismo.

Para terminar esse resumo, lembramos que a Lagrangeana em (3) ainda não é toda a história. Precisamos adicionar um termo cinético para o campo eletromagnético, e o termo que se usa é exatamente aquele da teoria clássica, de forma que a Lagrangeana completa da QED fica dada por:

$$\mathscr{L}_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\hbar c\overline{\psi}\gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu} + i\frac{q}{\hbar c}A_{\mu}\right)\psi - mc^2\overline{\psi}\psi \quad \text{com} \quad F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu} \tag{6}$$

Vemos que cada termo dessa Lagrangeana é invariante pelas transformações *simultâneas* (4) e (5), inclusive o *tensor dos campos* $F_{\mu\nu}$ visto que estamos considerando válido que $\partial_{\mu}\partial_{\nu}\alpha = \partial_{\nu}\partial_{\mu}\alpha$.

Portanto, das leis empíricas de Maxwell e Lorentz, obtemos a teoria acima que apresenta uma simetria interna por transformações locais de fase as quais, pela equação (5), correspondem à atuação de matrizes 1×1 (números!) complexas e unitárias sobre ψ e $\overline{\psi}$. Sendo assim, na QED vemos que os campos de matéria transformam por uma *representação*[4] *do grupo* $U(1)$, e portanto dizemos que o Eletromagnetismo é uma *teoria de gauge* desse grupo de simetria. A seguir, discutiremos o que isso significa, e como tudo o que foi apresentado acima se generaliza ao considerarmos outros grupos.

2.2 O princípio de gauge e as teorias de Yang-Mills

Na seção anterior, partimos de resultados conhecidos do Eletromagnetismo e obtemos a simetria por transformações locais de fase, ou a chamada *simetria de gauge* dessa interação. Agora, não conhecemos as interações que esperamos descrever, e portanto consideramos (uma representação) de um grupo de simetria e empregamos o acoplamento minimal para obter a forma da interação. O grupo de simetria considerado é o chamado *grupo de gauge* e a estratégia de se introduzir a interação fundamental pela imposição de uma simetria (local) leva o nome de *princípio minimal* ou *princípio de gauge*.

Baseando-se na QED, a generalização é direta: começamos com um *multipleto* de campos de matéria fermiônicos[5] (de spin 1/2) que transformam por alguma representação R de um grupo G:

[3]Esse termo é utilizado para diferenciar a simetria encontrada das simetrias (externas) do espaço-tempo.

[4]Aqui é importante salientar que os campos de matéria irão transformar por alguma *representação* do grupo de simetria considerado, o que é importante pois, como ficará claro, campos de matéria transformando por diferentes representações de um *mesmo* grupo de gauge (a ser propriamente definido na próxima seção) darão origem à teorias físicas *distintas*.

[5]Tudo o que faremos daqui em diante pode ser analogamente formulado para multipletos de campos bosônicos.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \qquad \text{com} \qquad \psi \to R(g)\psi \tag{7}$$

onde $R(g)$ é uma matriz quadrada $N \times N$, que representa o elemento g do grupo G e atua sobre os ψ_i de ψ (onde cada ψ_i por sua vez é um espinor de Dirac de 4 componentes). Inicialmente, supomos que $\psi \to R(g)\psi$ é uma simetria *global* da Lagrangeana livre, $\mathscr{L}_0$, desses campos, e considerando-se por exemplo o seu termo cinético , $i\hbar c\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi$, a invariância pela transformação acima implica que R deve ser uma representação unitária: $R^\dagger(g) = R^{-1}(g)$. Sobre o termo de massa para os campos considerados, escreveremos apenas $\mathscr{L}_M$, que poderá ser nulo indicando campos sem massa ou não-nulo indicando campos massivos. De qualquer forma, supomos que esse termo seja invariante.

Sendo assim, aplicamos o princípio de gauge: impomos a simetria de $\mathscr{L}_0$ quando a transformação em (7) é feita *local* e portanto, de maneira análoga ao que foi feito em (2), trocamos as derivadas ∂_μ pela chamada *derivada covariante* definida abaixo, que envolve a introdução do termo $R(A_\mu)$:

$$\boxed{D_\mu \equiv \partial_\mu + ieR(A_\mu) \qquad \text{com} \qquad A_\mu \to gA_\mu g^{-1} + \frac{i}{e}(\partial_\mu g)g^{-1}} \tag{8}$$

onde e é a *constante de acoplamento de gauge* e a segunda eq. é a forma como A_μ deve transformar para que, em conjunto com a transformação em (7), o termo cinético da Lagrangeana seja invariante.[6]

Uma coisa importante a respeito das transformações (locais) em (7) é que as mesma, feitas ponto a ponto no espaço-tempo, não podem introduzir descontinuidades nos campos de matéria, o que indica, então, que devemos ter um contínuo suave de elementos de G. Além disso, como esses elementos serão diferenciados conforme o resultado acima, obtemos que os mesmos devem formar uma *variedade diferenciável*, e portanto concluímos que o grupo de gauge G deve ser um *grupo de Lie*.[7]

Feita essa observação, é possível demonstrar (usando o mapeamento exponencial, por exemplo, que relaciona os *geradores* T_a da *álgebra* com os elementos do grupo através de $g(x) = \exp(i\omega^a(x)T_a)$) que o termo $(i/e)(\partial_\mu g)g^{-1}$ na equação acima é um elemento da álgebra (de Lie) $\mathcal{G}$ do grupo G e, portanto, que o próprio $A_\mu \in \mathcal{G}$, podendo então ser escrito como $A_\mu = A^a_\mu T_a$. Em particular, temos que a representação R dos elementos do grupo é transferida para os elementos da álgebra, de forma que na verdade temos $R(A_\mu) = A^a_\mu R(T_a)$, o que explica o uso do R na derivada covariante em (8). No caso, uma vez que a derivada covariante atua sobre os campos de matéria, deixamos explícita a notação R visto que, como já dito, a representação empregada tem influência direta sobre a Física do problema. Por outro lado, para a transformação do elemento A_μ dada em (8), temos que se trata de um resultado *na álgebra* $\mathcal{G}$, válido em qualquer representação, e portanto deixamos os R's implícitos. Em tudo o que segue, empregaremos essa mesma lógica no uso explícito ou não da representação R.

[6]Em particular, substituindo os elementos de $U(1)$ dados em (5) obtemos a transformação (4) do Eletromagnetismo!
[7]Demonstra-se também (4) que G deve ser *compacto* e ter *álgebra semisimples*, mas não entraremos nesses detalhes.

Portanto, a interação fundamental fica introduzida na teoria pelo uso da derivada covariante definida em (8), que faz o acoplamento dos campos de matéria a $n = \dim \mathcal{G}$ *campos de gauge* A^a_μ através das matrizes $R(T_a)$ (os geradores da álgebra de Lie na representação R do grupo de gauge). No modelo GWS, $G = SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e portanto temos $\dim \mathcal{G} = 4$ campos de gauge, que correspondem aos 3 bósons $W^\pm$ e Z^0 e ao fóton, as *partículas mediadoras* das interações fraca e eletromagnética.

Dada a introdução dos campos A^a_μ , precisamos adicionar à Lagrangeana da teoria os termos próprios desses campos. Na QED, isso foi feito através da equação (6). Aqui, por generalização do caso eletromagnético, e percebendo na verdade (no contexto da *geometria diferencial*, que não abordaremos aqui) que o termo A_μ introduzido na derivada covariante se trata de uma *conexão*, temos que o tensor dos campos $F_{\mu\nu}$ é definido como a *curvatura* dessa conexão, e fica dado pelo comutador de derivadas covariantes $[D_\mu\,, D_\nu] \equiv ieR(F_{\mu\nu})$. Assim, utilizando (8), obtemos que:

$$\boxed{F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ie[A_\mu\,, A_\nu] \qquad \text{com} \qquad F_{\mu\nu} \to gF_{\mu\nu}\,g^{-1}} \tag{9}$$

onde a segunda equação acima é a maneira como $F_{\mu\nu}$ transforma, em conjunto com (7) e (8).[8] Como discutido, $A_\mu \in \mathcal{G}$. Sendo assim, demonstra-se (3) que $[A_\mu\,, A_\nu] \in \mathcal{G}$ e, portanto, pela equação acima, obtemos que $F_{\mu\nu} \in \mathcal{G}$. Dessa forma, deixando a notação explícita, temos que $R(F_{\mu\nu}) = F^a_{\mu\nu} R(T_a)$.

Como pode ser verificado, os operadores D_μ definidos em (8) satisfazem a *Identidade de Jacobi*: $[D_\lambda\,, [D_\mu\,, D_\nu]] + [D_\nu\,, [D_\lambda\,, D_\mu]] + [D_\mu\,, [D_\nu\,, D_\lambda]] = 0$ e, como $[D_\mu\,, D_\nu] \equiv ieR(F_{\mu\nu})$, definindo a derivada covariante do tensor dos campos como $D_\lambda F_{\mu\nu} \equiv \partial_\lambda F_{\mu\nu} + ie[A_\lambda\,, F_{\mu\nu}] = [D_\lambda\,, F_{\mu\nu}]$, obtemos:

$$\boxed{D_\lambda F_{\mu\nu} + D_\nu F_{\lambda\mu} + D_\mu F_{\nu\lambda} = 0 \qquad \text{onde} \qquad D_\lambda F_{\mu\nu} \equiv \partial_\lambda F_{\mu\nu} + ie[A_\lambda\,, F_{\mu\nu}]} \tag{10}$$

que é a chamada *Identidade de Bianchi*, satisfeita para qualquer tensor dos campos $F_{\mu\nu}$ definido em (9).

Por fim, por generalização do termo introduzido na equação (6) da QED, adicionamos o termo próprio dos campos de gauge de forma que a Lagrangeana completa da teoria fica dada por:

$$\boxed{\mathscr{L} = -\frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\,(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) + i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu \psi + \mathscr{L}_M} \tag{11}$$

com D_μ a derivada covariante definida em (8) e $\mathscr{L}_M$ o termo de massa dos campos de matéria.

Extremizando em relação aos campos A^a_μ a ação correspondente à Lagrangeana acima obtemos:

$$\boxed{(D_\mu F^{\mu\nu})_a = J^\nu_a \qquad \text{com} \qquad J^\nu_a = e\hbar c\bar{\psi}\gamma^\nu R(T_a)\psi} \tag{12}$$

onde foi utilizado que $D_\mu F^{\mu\nu} = (D_\mu F^{\mu\nu})^a\, T_a$ e as 4-correntes J^ν_a (temos $n = \dim \mathcal{G}$ delas) são obtidas na extremização expandindo-se a derivada covariante em $i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\nu D_\nu \psi + \mathscr{L}_M = \mathscr{L}_0 - J^\nu_a A^a_\nu$.[9]

Por fim, perceba que no caso da QED, uma teoria de gauge Abeliana com $\dim \mathcal{G} = 1$, os comutadores que aparecem nas equações acima se anulam. Dessa forma, as *Equações de Yang-Mills* em (12) e a identidade de Bianchi em (10) tornam-se, respectivamente, os conhecidos resultados

[8]Em particular, no caso Abeliano $[A_\mu\,, A_\nu] = 0$ e $gF_{\mu\nu}\,g^{-1} = F_{\mu\nu}$ de forma que recuperamos os resultados da QED!
[9]No caso, $D_\mu F^{\mu\nu} \in \mathcal{G}$ pois $D_\mu F^{\mu\nu} \equiv \partial_\lambda F_{\mu\nu} + ie[A_\lambda\,, F_{\mu\nu}]$ e, como vimos, $A_\lambda \in \mathcal{G}$, $F_{\mu\nu} \in \mathcal{G} \Rightarrow [A_\lambda\,, F_{\mu\nu}] \in \mathcal{G}$.

$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$ e $\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} = 0$ do Eletromagnetismo. De fato, as equações (12) e (10) acima constituem nas teorias de gauge o análogo das equações de Maxwell (em sua forma diferencial)!

Obtemos assim, no contexto de campos de matéria fermiônicos, a formulação geral das teorias de gauge que estão por trás das três interações fundamentais do Modelo Padrão da Física de Partículas!

As teorias de gauge não-Abelianas foram formuladas pela primeira vez por Chen Ning Yang e Robert Mills em 1954 (16) e por isso levam também o conhecido nome de *Teorias de Yang-Mills*. Em uma tentativa de descrever a interação forte, Yang e Mills consideraram uma ideia introduzida por Heisenberg em 1932 de que o próton e o nêutron seriam dois estados (*isospin up* e *isospin down*) de um ente mais fundamental chamado *núcleon* (8). Visto que a teoria correspondente é invariante por transformações globais na representação dubleto do $SU(2)$, Yang e Mills basearam-se na QED e impuseram que a teoria fosse invariante por transformações locais, da mesma forma que fizemos acima. Entretanto, o modelo de Yang e Mills para a interação forte não deu frutos principalmente pelo fato da simetria de isospin não ser uma simetria exata dessa interação. Prótons e nêutrons são partículas distintas e, na verdade, estados ligados de outras partículas (essas sim fundamentais) chamadas *quarks*. A descrição correta para as interações fortes é uma teoria de gauge na representação tripleto do $SU(3)_C$.

Algo que poderíamos pensar em introduzir na Lagrangeana (11) é um termo de massa para os campos de gauge A^a_μ que, se tratando de campos vetorias (de spin 1)[10], nos leva a considerar (a menos de constantes) a quantidade $m^2\,\mathrm{Tr}(A_\mu A^\mu)$. Entretanto, devido à forma como A_μ transforma, temos que esse termo *não* é invariante de gauge e, em razão do fator *não-homogêneo* na equação (8), não há termo que seja. A conclusão é que a teoria que acabamos de formular só é capaz de introduz campos de gauge sem massa, o que está em sério desacordo com a interação fraca visto que os bósons $W^\pm$ e Z^0 têm (muita) massa: um único bóson W tem massa correspondente a aproximadamente 85 prótons!

Portanto, se a simetria de gauge realmente for algo fundamental na descrição das interações do Modelo Padrão, deve existir na Natureza algum mecanismo que, no contexto das teorias de gauge, de onde os campos A^a_μ "nascem" sem massa, quebre (*espontaneamente*) a simetria e forneça massa para os mesmos. Esse mecanismo existe e tem nome: no modelo GWS ele é o famoso *Mecanismo de Higgs*.

[10]No caso, os campos de gauge A^a_μ são 4-vetores, que transformam pela representação vetorial do grupo de rotações e, portanto, são campos (vetoriais) de spin 1. Dessa forma, como as partículas correspondentes são bósons, as partículas mediadoras das interações fundamentais associadas aos campos de gauge são comumente chamadas de *bósons de gauge*.

3 Quebra espontânea de simetria

3.1 O Teorema de Nambu-Goldstone

O mecanismo de Higgs consiste na aplicação do fenômeno da *quebra espontânea de simetria* (QES) a uma teoria de gauge, que apresenta simetria local. Entretanto, importantes aspectos e resultados desse fenômeno, como o *Teorema de Nambu-Goldstone*, são obtidos no contexto de uma teoria com simetria (contínua) *global*, e portanto, deixemos o caso das simetrias de gauge para a próxima seção.

Dessa vez, começamos com um multipleto de campos escalares complexos ϕ_i , que são campos de matéria bosônicos (de spin 0)[11], que transformam por alguma representação R de um grupo G:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{pmatrix} \qquad \text{com} \qquad \phi \to R(g)\phi \tag{13}$$

A hipótese central da QES é que a Lagrangeana (livre) desses campos, invariante pela transformação global acima, apresente um termo de potencial que dê origem à *estados de vácuo* (estados de menor energia) $\phi_0 \neq 0$. Um exemplo de grande importância, como veremos, é o seguinte:

$$\mathscr{L}_0 = (\partial_\mu\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi) - V\big(|\phi|^2\big) = (\partial_\mu\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi) + \frac{\mu^2}{2}|\phi|^2 - \frac{\eta}{4}|\phi|^4 \tag{14}$$

onde μ e η são constantes. No caso, obtém-se facilmente que o mínimo do potencial $V(|\phi|^2)$ acima ocorre para $|\phi_0|^2 = \mu^2/\eta$, e sendo $|\phi|^2 = |\phi_1|^2 + \cdots + |\phi_N|^2$ vemos que existem infinitas combinações dos campos ϕ_i que fornecem estados de vácuo do sistema, e que as transformações em (13) levam uma configuração de vácuo em outra visto que, pela invariância de $\mathscr{L}_0$, temos $\phi^\dagger\phi \to \phi^\dagger\phi$.

Entretanto, uma outra característica da QES é que na determinação das dinâmicas provenientes da Lagrangeana acima, onde são consideradas *perturbações* a partir de estados de vácuo do sistema, é necessário escolher uma combinação específica dos campos ϕ_i para realizar a perturbação. Portanto, ao considerarmos excitações a partir de um estado de vácuo $\phi_0 \neq 0$, temos que a simetria do grupo G é perdida visto que as suas transformações levarão esse estado de vácuo em um outro. Eventualmente, poderá acontecer que o ϕ_0 escolhido ainda seja invariante por algum conjunto de transformações de G, e nesse caso dizemos que existe uma *simetria residual* na teoria, referente a um subgrupo $H_0 \subset G$.

Sendo assim, a QES consiste no fato de que, por mais que a Lagrangeana da teoria apresente uma determinada simetria, perturbações a partir de certos estados de vácuo não irão necessariamente, e portanto, nesses casos, a simetria da teoria é quebrada *espontaneamente* pela *dinâmica* dos campos envolvidos. É uma ideia sútil, mas extremamente importante, introduzida no contexto da Física de Partículas por Yoichiro Nambu em 1960, o que lhe rendeu o prêmio Nobel em Física de 2008.

[11] Campos escalares (reais ou complexos) transformam, como o próprio nome indica, pela representação escalar do grupo de rotações. Dessa forma, eles correspondem à partículas de spin 0 que, como sabemos, são bósons.

Vejamos então as consequências desse fenômeno para os campos em (13). Considerando a transformação dada, temos que a variação dos campos pode ser determinada utilizando o mapeamento exponencial $R(g) = \exp(i\omega^a R(T_a)) \approx \mathbb{1} + i\omega^a R(T_a)$, de forma que $\delta\phi_i = R_{ij}(g)\phi_j - \phi_i = i\omega^a R_{ij}(T_a)\phi_j$. Reescrevendo essa equação em termos dos $2N$ campos independentes (reais) de ϕ , obtemos: $\delta\varphi_i = i\omega^a \mathcal{R}_{ij}(T_a)\varphi_j$ onde $\mathcal{R}_{ij}(T_a)$ é a matriz $2N \times 2N$ correspondente a $R_{ij}(T_a)$. Com isso, deduzimos:

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial \varphi_i}\delta\varphi_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial \varphi_i} i\omega^a \mathcal{R}_{ij}(T_a)\varphi_j = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial \varphi_i}\mathcal{R}_{ij}(T_a)\varphi_j = 0 \tag{15}$$

onde na primeira equação $\delta V = 0$ pelo fato do potencial ser invariante pelas transformações em (13) e o resultado final é obtido uma vez que a segunda equação deve ser válida para todo ω^a.

Derivando o último resultado acima em relação a φ_k e aplicando a equação obtida em um estado de vácuo $\varphi_i = a_i$, para o qual a derivada primeira de V se anula, chegamos no seguinte resultado:

$$\left[\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_k \partial \varphi_i}\mathcal{R}_{ij}(T_a)\varphi_j + \frac{\partial V}{\partial \varphi_i}\mathcal{R}_{ij}(T_a)\frac{\partial \varphi_j}{\partial \varphi_k}\right]_{\varphi = a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_k \partial \varphi_i}\right|_{\varphi = a}\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0 \tag{16}$$

No caso, expandindo-se o potencial V em série de Taylor, temos que o termo de massa para os campos φ_i é identificado como o termo quadrático nos mesmos. Sendo assim, fica imediato que a derivada segunda acima, a qual aparece justamente nesse termo na expansão de V, corresponde à *matriz das massas* $(M^2)_{ki}$, e portanto o resultado acima se escreve como: $(M^2)_{ki}\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0$.

Agora, consideremos o subgrupo de simetria $H_0 \subset G$ do estado de vácuo escolhido. Como $R(g)\phi_0 = \phi_0 \Rightarrow \delta\phi_0 = 0$, o resultado $\delta\phi_i = i\omega^a R_{ij}(T_a)\phi_j$ da página anterior aplicado ao estado de vácuo e reescrito em termos dos $2N$ campos reais φ_i fornece: $\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0$, ou seja, os geradores da álgebra do subgrupo $H_0 \subset G$ *aniquilam* o vácuo, e portanto a equação $(M^2)_{ki}\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0$ está automaticamente satisfeita indicando que nesse subgrupo, de maneira geral, $(M^2)_{ij} \neq 0$. Por outro lado, para as transformações de G que não preservam o vácuo não será mais válido que $\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0$ e, portanto, a equação $(M^2)_{ki}\mathcal{R}_{ij}(T_a)a_j = 0$ implica que, *fora* de $H_0 \subset G$, os autovalores de $(M^2)_{ij}$ deverão ser nulos. Logo, diagonalizando a matriz das massas obtemos que, nesse caso, $(M^2)_{ii} = 0$.

Ou seja, da quebra espontânea da simetria global considerada obtemos $\dim G - \dim H_0$ campos reais de massa nula! As partículas associadas a esses campos são chamadas de *bósons de Nambu-Goldstone*, e esse resultado é o importante *Teorema de Nambu-Goldstone*, que fica enunciado como:

O Teorema de Nambu-Goldstone: Se uma teoria apresenta uma simetria (contínua) *global* por um grupo G e o estado de vácuo quebra espontaneamente essa simetria para um subgrupo $H_0 \subset G$ então surgem $\dim G - \dim H_0$ bósons de Nambu-Goldstone (partículas de spin 0 e massa nula).

No modelo GWS, a introdução de bósons de Nambu-Goldstone (NG) é problemática pois, apesar do fato de que essas partículas seriam muito facilmente produzidas, já que não possuem um *gap* de massa, elas não são observadas na Natureza. Entretanto, o teorema acima é válido para simetrias *globais*, e o GWS é uma teoria com simetria *local* (de gauge). Portanto, vejamos agora qual o efeito da QES sobre as teorias de gauge, onde os bósons de NG acima desempenharão um papel importante.

3.2 O Mecanismo de Higgs

Partindo das equações (13) e (14), a teoria de gauge correspondente é obtida impondo-se que as transformações do grupo G sejam *locais*, de modo que as derivadas ∂_μ que ocorrem em (14) devem ser substituídas por derivadas covariantes D_μ , e adicionando-se o termo para os campos de gauge da mesma forma que foi feito em (11). Dessa forma, o termo cinético da Lagrangeana fica dado por $(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi)$, onde fica feito o acoplamento dos campos de matéria aos campos A^a_μ.

Por conta desse acoplamento, um determinado estado de vácuo ϕ_0 da nossa teoria de gauge, o qual chamaremos de *vácuo de Higgs*, não é mais aquele que satisfaz apenas $\partial_\mu\phi_0 = 0$ e que minimiza o potencial V, da mesma forma que na seção anterior. Agora, como temos interações com os campos de gauge, que contribuem para a energia do sistema, os estados de vácuo devem satisfazer $D_\mu\phi_0 = 0$.

Sendo assim, escolhido um vácuo de Higgs ϕ_0 , empregamos a mesma notação da seção anterior e chamamos o grupo de simetria residual de ϕ_0 , cujas transformações deixam esse vácuo invariante, de $H_0 \subset G$. Em particular, empregando o resultado $\delta\phi = i\omega^a R(T_a)\phi$ deduzido anteriormente, e usando que $\delta\phi_0 = R(g)\phi_0 - \phi_0 = 0$ para as transformações de H_0 obtemos, da mesma forma que na seção anterior, que $R(T_a)\phi_0 = 0$, ou seja, que os geradores da álgebra de H_0 aniquilam o vácuo de Higgs.

Uma vez que esperamos que as massas dos campos de gauge venham da interação com os campos de matéria ϕ_i cujos estados de vácuo quebram espontaneamente a simetria de gauge, o termo de massa para os A^a_μ deve vir do termo cinético (com interação) $(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi)$, até porque, além do termo próprio dos campos de gauge, esse é o único lugar na Lagrangeana em que esses campos aparecem, então o termo de massa só pode vir daí. Expandindo-se então o termo acima obtemos:

$$(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) = (\partial_\mu\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi) + ie\left[(\partial_\mu\phi)^\dagger R(A^\mu)\phi - \phi^\dagger R(A_\mu)(\partial^\mu\phi)\right] + e^2\phi^\dagger R(A_\mu)R(A^\mu)\phi \quad (17)$$

e como o termo de massa para os campos de gauge deve ser quadrático em A^a_μ , concluímos que, na perturbação a partir de um estado de vácuo ϕ_0 que causa a QES, o resultado acima dará origem ao termo de massa $e^2\phi_0^\dagger R(A_\mu)R(A^\mu)\phi_0$, o qual pode ser reescrito de maneira mais clara como:

$$\boxed{e^2\phi_0^\dagger R(T_a)R(T_b)\phi_0 A^a_\mu A^{\mu,b} = \frac{1}{2}e^2\phi_0^\dagger\left\{R(T_a)\,,R(T_b)\right\}\phi_0 A^a_\mu A^{\mu,b} \equiv \frac{1}{2}(M^2)_{ab}A^a_\mu A^{\mu,b}} \quad (18)$$

onde $(M^2)_{ab}$ é a *matriz das massas* dos campos de gauge e $\{R(T_a)\,,R(T_b)\}$ denota o *anti-comutador* dos geradores da álgebra do grupo de gauge G na representação R escolhida.[12]

Em particular, lembremos que os geradores da álgebra do *subgrupo* de simetria aniquilam o vácuo de Higgs: $R(T_a)\phi_0 = 0$. Portanto, *no subespaço* H_0 , vemos que $(M^2)_{ab} = 0$ indicando que os $\dim H_0$ bósons de gauge correspondentes *não* ganham massa. Isso na verdade era algo esperado pois se

[12] Aqui, notamos que $R(T_a)R(T_b)$ pode ser reescrito como metade do comutador $[R(T_a)\,,R(T_b)]$ mais metade do anti-comutador $\{R(T_a)\,,R(T_b)\}$. Como a contração de uma quantidade anti-simétrica (o comutador anterior) com uma quantidade simétrica (o termo $A^a_\mu A^{\mu,b}$) é zero, o termo com o comutador se anula e daí segue o resultado em (18).

temos uma simetria de gauge residual, os bósons de gauge associados realmente não podem ter massa.

Por outro lado, para os geradores *fora* de H_0 não temos, de maneira geral, que $R(T_a)\phi_0 = 0$, de forma que $(M^2)_{ab} \neq 0$ indicando que os bósons de gauge correspondentes ganharam massa!

Além disso, veja algo de grande importância: temos $\dim G - \dim H_0$ bósons de gauge massivos, *exatamente* o mesmo número de bósons de NG introduzidos pela QES! No caso, como partículas massivas possuem um grau de liberdade a mais que as não massivas, já que não viajam na velocidade da luz, temos que cada um dos $\dim G - \dim H_0$ bósons de gauge devem ter adquirido um grau de liberdade para se tornarem massivos, e aqui vem algo surpreendente do mecanismo de Higgs: esses graus de liberdade são provenientes justamente dos $\dim G - \dim H_0$ bósons de NG, que portanto são *absorvidos* pelos bósons de gauge para gerar massa para os mesmos, sumindo da teoria! Em um mecanismo genial, portanto, resolvemos tanto o problema da massa dos campos de gauge quanto o dos indesejados (por não serem observados na Natureza) bósons de NG que surgem na teoria com a QES!

Todavia, os campos ϕ_i adicionam partículas *massivas* que *não* serão removidas da teoria, e que portanto devem ser observadas na Natureza. No modelo GWS, como veremos, serão introduzidos dois campos complexos, dos quais três de suas componentes reais, correspondentes à bósons de NG, serão absorvidos pelos bósons $W^\pm$ e Z^0 que portanto adquirem massa. O fóton, sendo o bóson de gauge do subgrupo de simetria $U(1)_{EM}$, continua sem massa e, portanto, sobra um campo *real* massivo ϕ associado a uma partícula descarregada[13] de spin 0 a ser detectada em laboratório. Essa partícula é o famoso *bóson de Higgs*, observada no LHC (*Large Hadron Collider*) em 2012, razão pela qual Peter Higgs e François Englert receberam o prêmio Nobel em Física do ano seguinte, pela sua contribuição, em 1964 (10) (2), na descoberta e desenvolvimento teórico do mecanismo que acabamos de apresentar.

O que faremos agora é considerar mais uma quebra de simetria, dessa vez de uma simetria discreta do espaço-tempo: a paridade. Como mencionado na Introdução, essa é uma propriedade exclusiva da interação fraca, que portanto terá um papel importante na formulação do modelo GWS, como veremos.

[13]Um campo real, pelo Teorema de Noether, não conservaria a carga elétrica e, portanto, deve ser descarregado.

4 Paridade e férmions quirais

4.1 Helicidade, quiralidade e os espinores de Weyl

A paridade diz respeito a transformações de *inversão espacial* de um sistema físico, que sendo portanto da forma $(x, y, z) \to (-x, -y, -z)$ vemos se tratar de transformações discretas. Até meados do século XX, era tomado como um princípio que todos os processos na Natureza seriam invariantes por essas transformações, significando, por exemplo, que se nos for mostrado um trecho de um filme, não há maneira de dizer se a cena é o que de fato aconteceu ou se ela foi invertida, refletida por um espelho, digamos, uma vez que as duas situações seriam perfeitamente possíveis de serem observadas.

É uma ideia natural, intuitiva, e de fato amplamente verificada em diversas situações, mas, em 1956 (11), Tsung-Dao Lee e Chen Ning Yang (o mesmo das Teorias de Yang-Mills) perceberam que essa suposta simetria da Natureza ainda não havia sido verificada no caso das interações fracas e, com uma ideia ousada de que certos aspectos dessa interação poderiam ser explicados por violações da paridade, propuseram experimentos envolvendo certos processos fracos para esclarecer essas questões.

Antes de prosseguirmos com o que foi descoberto, entretanto, vejamos alguns conceitos importantes que serão utilizados nas discussões que seguem, e particularmente na formulação do GWS.

Nas seções anteriores fomos apresentados às partículas bosônicas do Modelo Padrão: os bósons de gauge e o bóson de Higgs. Além dessas, temos também partículas fermiônicas (de spin 1/2) que estão separadas em dois grupos, os *léptons* e os *quarks*, que por sua vez estão divididos em três *famílias* ou *gerações*, com a diferença entre duas gerações sendo basicamente a massa das partículas. A primeira família dos léptons é formada pelo conhecido elétron e o seu *neutrino* associado, e a primeira família dos quarks é formada pelos quarks *up* e *down*, que compõem os prótons e nêutrons, por exemplo.

Neste trabalho, lidaremos apenas com os léptons. Detalhes a respeito da introdução dos quarks no modelo GWS podem ser encontrados na ref. (4). De toda forma, a questão é que esses férmions serão descritos pelos chamados *espinores de Weyl*, que estão relacionados ao importante conceito de *quiralidade* de uma partícula, que em certos casos se confunde com outra propriedade chamada *helicidade*.

A helicidade nada mais é que a projeção do spin da partícula sobre a direção do seu vetor momento. Com isso, para uma partícula livre, temos que se trata de uma quantidade conservada. Logo, suponhamos que a partícula em questão seja massiva, e que em um determinado referencial ela tenha helicidade positiva. No caso, poderemos sempre fazer um *boost* para um referencial em que a partícula muda o sentido do seu movimento, e com isso a helicidade troca de sinal. Portanto, para partículas massivas, a helicidade é uma constante de movimento mas não é um escalar de Lorentz. Para partículas sem massa, entretanto, temos que o boost anterior não é possível pois a partícula viaja na velocidade da luz, e portanto a helicidade é tanto conservada quanto invariante de Lorentz.

A quiralidade, por outro lado, vem de uma definição mais abstrata sendo dada como o *autovalor* de $\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Aqui, adotaremos a base para as *matrizes gama* γ^μ $(\mu = 0, 1, 2, 3)$ (também chamadas de *matrizes de Dirac*) dada na referência (1), de onde a matriz γ^5 pode ser determinada.

Sendo $(\gamma^5)^2 = \mathbb{1}$ obtemos que a quiralidade pode assumir os autovalores ± 1, e como pode ser demonstrado que γ^5 comuta com todos os geradores do grupo de Lorentz na representação espinorial, temos que a quiralidade é sempre um escalar de Lorentz. Os autoestados de γ^5 podem ser dados por:

$$\boxed{\psi^R = \frac{1}{2}\left(\mathbb{1} + \gamma^5\right)\psi \qquad \text{e} \qquad \psi^L = \frac{1}{2}\left(\mathbb{1} - \gamma^5\right)\psi} \tag{19}$$

onde $\gamma^5\psi^R = +\psi^R$ e $\gamma^5\psi^L = -\psi^L$. Esses são os chamados *espinores de Weyl*, que por serem os autoestados da quiralidade correspondem a partículas denominadas *férmions quirais* (de spin 1/2).

Agora, precisamos dar alguma interpretação para a quiralidade, que por enquanto se trata apenas do autovalor da matriz γ^5. No caso, manipulando-se a equação de Dirac, $\gamma^\mu p_\mu \psi = mc\psi$, é possível chegarmos em $\boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{p}\, \psi = \gamma^5 \left(E/c\right)\psi - \left(mc^2/c\right)\gamma^5\gamma^0\psi$ onde $\boldsymbol{\Sigma}$ é tal que $\boldsymbol{S} = (\hbar/2)\,\boldsymbol{\Sigma}$ seja o operador de spin. Dessa forma, no limite de altas energias vemos que o resultado anterior se torna $\boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{p}\, \psi \approx \gamma^5 \left(E/c\right)\psi$ que na verdade pode ser escrito como $(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{p}/\|\boldsymbol{p}\|)\,\psi \approx \gamma^5\psi$. Mas veja, o que aparece no primeiro termo dessa expressão é justamente o operador helicidade, que portanto se confunde com o operador quiralidade no limite de altas energias. E na verdade, se $m = 0$, o resultado anterior se torna exato e portanto, para partículas sem massa, quiralidade e helicidade correspondem à mesma coisa!

Por fim, uma outra manipulação da equação de Dirac fornece que $\gamma^\mu p_\mu \psi^R = mc\psi^L$ e $\gamma^\mu p_\mu \psi^L = mc\psi^R$ significando que, se $m \neq 0$, ψ^R e ψ^L estão acoplados de forma que a quiralidade não será uma quantidade conservada. Por outro lado, se $m = 0$, ψ^R e ψ^L se desacoplam e a quiralidade se conserva.

4.2 O experimento de Wu e a violação da paridade

Logo que as sugestões de Lee e Yang foram publicadas, em 1956, um experimento liderado por Chien-Shiung Wu, muitas vezes referida como Madame Wu, foi realizado com os seus resultados sendo publicados no início do ano seguinte (15). Nesse experimento, núcleos de ^{60}Co foram alinhados com seus spins apontando em uma determinada direção. Sendo isótopos radioativos do Cobalto, esses núcleos decaem pelo chamado *decaimento beta*, que é dado por $n \to p^+ + e^- + \overline{\nu}_e$ e se trata de um importantíssimo processo fraco (mediado pela interação fraca).[14] Sem discutir aqui a enorme dificuldade técnica do experimento, o que Madame Wu observou foi simplesmente que os elétrons provenientes dos decaimentos beta são emitidos preferencialmente na direção oposta a dos spins nucleares.

O que isso significa para a conservação ou não da paridade? Basta "refletir" esse experimento por um espelho. Se no experimento em questão os spins dos núcleos apontam "para cima", de forma que os elétrons são emitidos preferencialmente "para baixo", no espelho os núcleos girarão no sentido contrário mas os elétrons continuarão sendo emitidos na mesma direção. No espelho, portanto, os elétrons são emitidos preferencialmente na *mesma* direção dos spins nucleares, mas veja, isso não é observado na Natureza! Obtemos então que a interação fraca viola a paridade, um comportamento único entre as quatro interações fundamentais! Vejamos agora o que isso significa na formulação do modelo GWS.

[14]Nesse decaimento, n indica o nêutron, p^+ o próton, e^- o elétron e $\overline{\nu}_e$ a anti-partícula do neutrino associado ao elétron.

5 A formulação do modelo GWS

5.1 Correntes carregadas e os léptons de esquerda

Pela sua revolucionária ideia, verificada experimentalmente por Madame Wu, Lee e Yang receberam o prêmio Nobel em Física de 1957. As consequências teóricas foram imediatas pois, uma vez que a interação fraca viola a paridade, tal comportamento deveria ser incorporado aos modelos que tentavam descrevê-la. Em particular, determinados processos fracos conhecidos na época apontavam para dois *vértices fundamentais* dessa interação, um deles correspondendo ao processo $e^- \to \nu_e + W^-$ que, por conservação da carga elétrica, envolve uma *partícula intermediária* carregada negativamente chamada W^- , e o outro dado pelo processo contrário $\nu_e \to e^- + W^+$ envolvendo outra partícula intermediária carregada, dessa vez positivamente, chamada W^+. A notação não é coincidência, essas partículas são de fato os bósons $W^\pm$ da interação fraca, que se acoplam às *correntes carregadas*.

Antes do advento das teorias de gauge, entretanto, o que se tinha era um modelo em que o termo de interação da QED , $J^\mu_{em} A_\mu = q\overline{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$, que guarda o vértice fundamental dessa teoria, era generalizado para $J^\mu_- W^-_\mu = \overline{\psi}_l\gamma^\mu\psi_{\nu_l} W^-_\mu$ e $J^\mu_+ W^+_\mu = \overline{\psi}_{\nu_l}\gamma^\mu\psi_l W^+_\mu$ no caso da interação fraca[15], onde ψ_l refere-se ao espinor do elétron, do *múon* ou do *tau* (as partículas análogas ao elétron nas outras duas famílias dos léptons) e ψ_{ν_l} refere-se ao espinor do neutrino correspondente (da mesma família de ψ_l).

Entretanto, lembremos de uma coisa importante: $\overline{\psi}\gamma^\mu\psi$ é um *vetor* de Lorentz, mas a violação da paridade de Lee e Yang nos leva agora a considerarmos também a quantidade $\overline{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$, um *pseudo-vetor* ou *vetor axial*, que não troca de orientação por transformações de paridade, violando assim a mesma. Com isso, chegou-se à conclusão de que as correntes carregadas deveriam na verdade ser dadas pela *mistura* entre uma parte vetorial e outra axial, da forma $\overline{\psi}\gamma^\mu(1+\epsilon\gamma^5)\psi$, e logo demonstrou-se experimentalmente (8) que $\epsilon = -1$, e portanto que as correntes carregadas assumiam a forma "$V - A$" dada por $J^\mu_- = \overline{\psi}_l\gamma^\mu(1-\gamma^5)\psi_{\nu_l}$ e $J^\mu_+ = \overline{\psi}_{\nu_l}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\psi_l$. Esse modelo fenomenológico para a interação fraca, baseado nos termos de interação $J^\mu_- W^-_\mu$ e $J^\mu_+ W^+_\mu$ com "correntes $V - A$", ficou conhecido como a *Teoria dos Bósons Vetoriais Intermediários* (BVI). Mais detalhes podem ser encontrados na ref. (12).

Um primeiro passo para a obtenção de uma teoria de gauge pode ser feito notando-se que podemos fazer $\overline{\psi}_l\gamma^\mu(1-\gamma^5)\psi_{\nu_l} = 2\overline{\psi}^L_l\gamma^\mu\psi^L_{\nu_l}$ onde ψ^L indica um espinor de Weyl (*de esquerda*, nesse caso). Comparando essa forma das correntes com a forma geral para campos fermiônicos dada em (12), obtemos o resultado de que, pelo menos no contexto das correntes leptônicas carregadas, *somente as componentes quirais de esquerda dos campos de matéria fermiônicos se acoplam na interação fraca*.

No caso, desejamos fazer uma descrição unificada das interações fraca e eletromagnética, e para essa última sabemos que tanto as componentes de esquerda quanto as de direita se acoplam ao fóton.

[15] Esses termos devem conter também *constantes de acoplamento*, da mesma forma que o termo de interação da QED contém a carga elétrica q. Tomando a partir de agora $\hbar = c = 1$, essas constantes serão determinadas e adicionadas a seguir.

Com isso, e considerando o fato *experimental* que *somente neutrinos de esquerda são observados na Natureza*[16], a representação da teoria de gauge do GWS envolve os campos leptônicos dados por:

$$\boxed{\Psi^L = \begin{pmatrix} \psi^L_{\nu_l} \\ \psi^L_l \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad \Psi^R = \psi^R_l} \tag{20}$$

onde L e R indicam espinores de Weyl de esquerda e de direita, respectivamente, de acordo com (19).

Com isso, vejamos finalmente como é feita a formulação do modelo GWS. Para tal, faremos uso das correntes carregadas e eletromagnética destacadas abaixo, obtidas das teorias dos BVI e da QED:

$$\boxed{J^\mu_- = \overline{\psi}^L_l \gamma^\mu \psi^L_{\nu_l} \quad , \quad J^\mu_+ = \overline{\psi}^L_{\nu_l} \gamma^\mu \psi^L_l \quad \text{e} \quad J^\mu_{em} = -\overline{\psi}_l \gamma^\mu \psi_l = -\overline{\psi}^L_l \gamma^\mu \psi^L_l - \overline{\psi}^R_l \gamma^\mu \psi^R_l} \tag{21}$$

onde o sinal negativo em J^μ_{em} é por conta da carga -1 (em unidades de e) dos léptons carregados.

5.2 Acoplamento minimal e os campos de gauge

Como já dito diversas vezes, o GWS se trata de uma teoria de gauge do $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, onde o dubleto em (20) indica claramente o o significado do índice L. Para o $SU(2)_L$, utilizaremos os geradores $R(T_a) \equiv T_a = \sigma_a/2$, onde σ_a são as matrizes de Pauli. Dessa forma, pela expressão geral em (12) temos que as *correntes de isospin (fraco)* ficam dadas por $J^\mu_a = \overline{\Psi}^L \gamma^\mu T_a \Psi^L$, fornecendo então:

$$\boxed{J^\mu_1 = \frac{1}{2}\left(J^\mu_- + J^\mu_+\right) \quad , \quad J^\mu_2 = \frac{i}{2}\left(J^\mu_- - J^\mu_+\right) \quad , \quad J^\mu_3 = \frac{1}{2}\left(\overline{\psi}^L_{\nu_l} \gamma^\mu \psi^L_{\nu_l} - \overline{\psi}^L_l \gamma^\mu \psi^L_l\right)} \tag{22}$$

Vemos que as duas primeiras correntes de isospin acima guardam as correntes carregadas dadas em (21). Entretanto, observamos que J^μ_3 guarda tanto a componente de esquerda de J^μ_{em} quanto uma nova *corrente neutra* que ainda não tínhamos visto, envolvendo dois espinores de neutrinos.

Quanto ao $U(1)_Y$, o índice Y refere-se ao que chamamos de *hipercarga (fraca)* e o gerador desse grupo para o dubleto será dado por $Y^L = -\mathbb{1}$, onde $\mathbb{1}$ indica a matriz 2×2 identidade, e para o singleto da equação (20) usaremos $Y^R = -2$. Com isso, a *corrente de hipercarga (fraca)* fica dada por:

$$\boxed{J^\mu_4 = \overline{\Psi}^L \gamma^\mu Y^L \Psi^L + \overline{\Psi}^R \gamma^\mu Y^R \Psi^R = -\overline{\psi}^L_{\nu_l} \gamma^\mu \psi^L_{\nu_l} - \overline{\psi}^L_l \gamma^\mu \psi^L_l - 2\overline{\psi}^R_l \gamma^\mu \psi^R_l} \tag{23}$$

Em particular, perceba que a corrente eletromagnética definida em (21) pode ser dada por:

$$\boxed{J^\mu_{em} = J^\mu_3 + \frac{1}{2} J^\mu_4 \quad \Rightarrow \quad Q = T_3 + \frac{1}{2} Y} \tag{24}$$

de onde obtemos a carga elétrica em função das cargas de isospin e hipercarga (fracos). Essa expressão, quando aplicada em (20), fornece de fato léptons carregados com carga -1 e neutrinos com carga 0.

[16] Neutrinos são partículas descarregadas e sem *carga de cor* e, portanto, não se acoplam nem ao fóton e nem aos *glúons*. Logo, eles só interagem pela interação fraca e, nesse contexto, observam-se apenas acoplamentos de neutrinos de esquerda.

Ainda falta entendermos as correntes neutras que surgiram em (22). Para isso, na verdade, vejamos como ficam os campos introduzidos pela teoria de gauge do $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, e como eles se relacionam com os nossos $W_\mu^\pm$ e A_μ conhecidos da teoria dos BVI e da QED, respectivamente.

Conforme a formulação geral das teorias de gauge para campos de matéria fermiônicos dada na Seção 2.2, temos a seguinte parcela da Lagrangeana do GWS, $\mathscr{L}_{lep}$, referente aos campos leptônicos *com interação*, onde não estamos considerando ainda termos de massa para os campos envolvidos:

$$\boxed{\mathscr{L}_{lep} = i\overline{\Psi}^L\gamma^\mu\left(\partial_\mu + ig\frac{\sigma_a}{2}W_\mu^a + i\frac{g'}{2}Y^L B_\mu\right)\Psi^L + i\overline{\Psi}^R\gamma^\mu\left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y^R B_\mu\right)\Psi^R} \tag{25}$$

onde g e g' são as *constantes de acoplamento de gauge* dos léptons aos campos de gauge W_μ^a e B_μ . Por realizar esse acoplamento, esse é um resultado de fundamental importância no Modelo Padrão!

Feito isso, identifiquemos cada um dos termos presentes na expressão acima. Primeiramente, os termos com as derivadas ∂_μ darão origem à uma Lagrangeana livre, $\mathscr{L}_{lep,0}$, para os léptons envolvidos:

$$\boxed{\mathscr{L}_{lep,0} = i\overline{\Psi}^L\gamma^\mu\partial_\mu\Psi^L + i\overline{\Psi}^R\gamma^\mu\partial_\mu\Psi^R = i\overline{\psi}_{\nu_l}^L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_{\nu_l}^L + i\overline{\psi}_l\gamma^\mu\partial_\mu\psi_l} \tag{26}$$

Agora, vejamos os termos de (25) que envolvem os campos de gauge W_μ^1 e W_μ^2 que, pela equação (22), sabemos que guardarão as correntes carregadas da interação fraca. De fato, adiantando que:

$$\boxed{W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^1 + iW_\mu^2\right) \quad \text{e} \quad W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^1 - iW_\mu^2\right)} \tag{27}$$

abrindo os termos de (25) que envolvem esses campos e empregando as definições acima obtemos:

$$\boxed{\mathscr{L}_W = -\frac{g}{2}\overline{\Psi}^L\gamma^\mu\big(\sigma_1 W_\mu^1 + \sigma_2 W_\mu^2\big)\Psi^L = -\frac{g}{\sqrt{2}}\big(\overline{\psi}_l^L\gamma^\mu\psi_{\nu_l}^L W_\mu^- + \overline{\psi}_{\nu_l}^L\gamma^\mu\psi_l^L W_\mu^+\big)} \tag{28}$$

que, comparando com as correntes em (21), vemos se tratar exatamente do termo de interação da teoria dos BVI! O que precisamos fazer agora é recuperar também o termo de interação da QED, que envolve a corrente eletromagnética dada em (21) e o campo A_μ . Para isso, abrimos os termos que faltam da Lagrangeana leptônica (25), que envolvem os campos de gauge W_μ^3 e B_μ . No caso, esses dois campos darão origem ao campo do fóton, A_μ , e a um outro campo Z_μ^0 (a notação não é coincidência!) dados por:

$$\boxed{\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} \qquad \text{com} \qquad \cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}} \tag{29}$$

onde o valor de $\sin\theta_W$ pode ser deduzido da expressão para $\cos\theta_W$ acima, e θ_W é o chamado *ângulo de Weinberg*. Empregando essas definições no termo que falta da Lagrangeana (25) obtemos:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathscr{L}_{AZ} &= -\overline{\Psi}^L\gamma^\mu\left(\frac{g}{2}\sigma_3 W_\mu^3 + \frac{g'}{2}Y^L B_\mu\right)\Psi^L - \frac{g'}{2}\overline{\Psi}^R\gamma^\mu Y^R B_\mu\Psi^R \\ &= g\sin\theta_W\overline{\psi}_l\gamma^\mu\psi_l A_\mu + \frac{g}{2\cos\theta_W}\left[\overline{\psi}_l\gamma^\mu\left(\frac{1 - 4\sin^2\theta_W - \gamma^5}{2}\right)\psi_l - \overline{\psi}_{\nu_l}^L\gamma^\mu\psi_{\nu_l}^L\right]Z_\mu^0 \end{aligned}} \tag{30}$$

e aqui obtemos alguns resultados muito importantes. Em primeiro lugar, chamando $g \sin\theta_W = e$, o módulo da carga dos léptons, vemos que o primeiro termo acima é exatamente o termo de interação da QED! Além disso, observamos também o surgimento de duas *correntes neutras* para a interação fraca, uma correspondendo ao processo $l \to l + Z^0$ e a outra ao processo $\nu_l \to \nu_l + Z^0$, ambos envolvendo a partícula intermediária neutra Z^0 ! No caso, vemos que a corrente neutra envolvendo neutrinos possui a forma $V - A$, como deveria dado que somente os neutrinos de esquerda se acoplam ao GWS, mas para a corrente neutra envolvendo os léptons carregados vemos que a forma não é exatamente $V - A$.

A previsão das correntes neutras para a interação fraca é um resultado de fundamental importância do modelo GWS, cuja confirmação experimental rendeu o prêmio Nobel em Física aos seus criadores, em 1979. Depois disso, em 1983, os próprios bósons $W^\pm$ e Z^0 foram observados em experimentos realizados no CERN (*Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*) e, pela sua importante contribuição, Carlo Rubbia e Simon Van der Meer receberam o prêmio Nobel em Física de 1984.

Entretanto, falta ainda um importantíssimo aspecto teórico a ser considerado na formulação desse modelo: a origem da massa das partículas pelo mecanismo de Higgs, apresentado na Seção 3.2.

5.3 Termos de massa e a Lagrangeana do GWS

No caso do GWS, o mecanismo de Higgs envolverá a introdução do dubleto do $SU(2)_L$:

$$\boxed{\Phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \qquad \text{com} \qquad \mathscr{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \mu^2 |\Phi|^2 - \eta |\Phi|^4} \tag{31}$$

onde apresentamos também a Lagrangeana correspondente já no contexto da teoria de gauge (perceba que o potencial considerado é, a menos das constantes, o mesmo da equação (14) da Seção 3.1).

Além disso, consideramos os geradores do $SU(2)_L$ como $T_a = \sigma_a/2$ e o gerador de hipercarga (fraca) como $Y^H = \mathbb{1}$. Com isso, pela equação (24), vemos que a componente superior do dubleto tem carga $+1$ (em unidades de e) e a componente inferior carga 0, o que motiva a notação em (31).

Dessa forma, devemos escolher um vácuo de Higgs onde a componente superior do dubleto seja nula, pois caso contrário o vácuo será carregado eletricamente quebrando assim a simetria eletromagnética do modelo GWS, o que não queremos. Portanto, para introduzir a QES conforme discutido na Seção 3.1, consideramos a seguinte perturbação Φ_0' a partir de um estado de vácuo descarregado:

$$\boxed{\Phi_0' = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(i \frac{\sigma_a}{2} \chi^a\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix} \qquad \text{com} \qquad v = \frac{\mu}{\sqrt{\eta}}} \tag{32}$$

onde $v^2/2$ corresponde ao mínimo do potencial em (31) e χ^a e ϕ são os 4 graus de liberdade do campo.

Apesar da motivação para a componente superior do dubleto ser nula, a forma escolhida acima para o nosso vácuo de Higgs ainda pode parecer bastante arbitrária, mas ela não é. Isso por que, como vimos, a QES introduz $\dim G - \dim H_0$ bósons de NG que, no contexto de uma teoria de gauge, são "absorvidos" pelos campos de gauge, que em razão disso adquirem massa. No vácuo de Higgs acima, o que nós fizemos foi colocar os bósons de NG na exponencial complexa (eles são os campos χ^a !) e temos que eles serão removidos pela seguinte transformação de gauge da perturbação (32):

$$\boxed{\Phi_0' \to \Phi_0 = \exp\left(-i\frac{\sigma_a}{2}\chi^a\right)\Phi_0' = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+\phi \end{pmatrix}} \tag{33}$$

onde sobra apenas um campo real ϕ que corresponde ao *bóson de Higgs*! No caso, a absorção dos χ^a pelos campos de gauge se dá através da transformação desses campos realizada em conjunto com (33).

Feita a QES e removidos os bósons de NG, basta expandir (31) e identificar os termos de massa! Substituindo a perturbação (33) acima em (31), e chamando a Lagrangeana obtida de $\mathscr{L}_{H_0}$, obtemos:

$$\boxed{\mathscr{L}_{H_0} = \left|\left(\partial_\mu + ig\frac{\sigma_a}{2}W^a_\mu + i\frac{g'}{2}Y^H B_\mu\right)\frac{v+\phi}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2 + \mu^2\frac{(v+\phi)^2}{2} - \eta\frac{(v+\phi)^4}{4}} \tag{34}$$

onde o módulo ao quadrado acima é a forma abreviada de $(D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi)$. Como podemos ver, essa Lagrangeana dá origem a diversos termos, todos de enorme importância para o GWS: termos de *auto-interação* do campo de Higgs, termos de interação com os campos de gauge, etc. Entretanto, o que estamos mais interessados aqui são os termos de massa para os campos de gauge, e empregando as relações (27) e (29) para substituir W^a_μ e B_μ por $W^\pm_\mu$, Z^0_μ e A_μ , os termos de massa são obtidos de:

$$\boxed{\mathscr{L}_{M_{WZ}} = \left|i\frac{v}{2\sqrt{2}}\left(g\,\sigma_a W^a_\mu + g' Y^H B_\mu\right)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2 = \frac{v^2g^2}{4}W^-_\mu W^{+,\mu} + \frac{v^2g^2}{8\cos^2\theta_W}Z^0_\mu Z^{0,\mu}} \tag{35}$$

onde as massas M_W e M_Z dos bósons $W^\pm$ e Z^0 podem ser lidas no resultado acima! Além disso, essa expressão não fornece termo de massa para A_μ . Ou seja, o fóton continua sem massa, como queríamos!

Uma outra massa que podemos retirar dos resultados acima é a massa do próprio bóson de Higgs. De fato, expandindo-se o potencial em (34), o termo proporcional a ϕ^2 que obtemos é $-\mu^2\phi^2$, e como ϕ é um campo real concluímos então que a massa do bóson de Higgs vale $M_H = \sqrt{2}\mu$.

Para finalizar, lembremos que ainda não introduzimos nenhum termo de massa para os léptons. No caso dos neutrinos, na formulação do modelo GWS essas partículas realmente são consideradas sem massa, visto que na verdade era isso que se achava até pouco tempo atrás (8). Entretanto, os léptons carregados como o elétron certamente têm massa, e elas são sim consideradas no modelo.

A razão de não termos introduzido um termo de massa da forma $M_l\left(\overline{\psi}^R_l\psi^L_l + \overline{\psi}^L_l\psi^R_l\right) = M_l\overline{\psi}_l\psi_l$ por exemplo é porque como as componentes de esquerda e de direita dos férmions se acoplam de maneira distinta no modelo GWS, o termo de massa anterior *não* é invariante de gauge nessa teoria.

Temos então o mesmo problema obtido com o termo de massa dos campos de gauge, e novamente a solução será o mecanismo de Higgs! No caso, da mesma forma que se supôs a existência de um termo de potencial para os campos em Φ, supomos agora a existência de um termo de interação, chamado de *acoplamento de Yukawa*, entre os campos em Φ e os campos em Ψ^L e Ψ^R, dado por:

$$\boxed{\mathscr{L}_{Yukawa} = -G_l(\overline{\Psi}^R\Phi^\dagger\Psi^L + \overline{\Psi}^L\Phi\Psi^R)} \tag{36}$$

onde G_l é a *constante de acoplamento de Yukawa*. Substituindo então a perturbação (33) obtemos:

$$\boxed{\mathscr{L}_{Yukawa} = -\frac{G_l}{\sqrt{2}}\left[\overline{\psi}_l^R(v+\phi)\psi_l^L + \overline{\psi}_l^L(v+\phi)\psi_l^R\right] = -\frac{vG_l}{\sqrt{2}}\overline{\psi}_l\psi_l - \frac{G_l}{\sqrt{2}}\phi\overline{\psi}_l\psi_l} \tag{37}$$

onde obtemos a massa $M_l = vG_l/\sqrt{2}$ para o lépton em questão (onde diferentes constantes G_l darão diferentes massas para cada l) e um importante termo de interação do mesmo com o bóson de Higgs!

Agrupando tudo o que vimos, a Lagrangeana do modelo GWS no setor dos léptons fica dada por:

$$\boxed{\mathscr{L}_{GWS} = \mathscr{L}_{gauge} + \mathscr{L}_{lep,0} + \mathscr{L}_W + \mathscr{L}_{AZ} + \mathscr{L}_{H_0} + \mathscr{L}_{Yukawa}} \tag{38}$$

onde $\mathscr{L}_{gauge}$ é o termo próprio dos campos de gauge da teoria, conforme definido em (9) e (11), e os demais termos acima estão dados nas equações (26) , (28) , (30) , (34) e (37), respectivamente.

Envolvendo ideias e conceitos importantíssimos como os de teorias de gauge não-Abelianas, quebra espontânea de simetria, violação da paridade, férmions quirais, e muitos outros, o modelo GWS, responsável por descrever duas das quatro interações fundamentais da Natureza no Modelo Padrão da Física de Partículas, é um verdadeiro feito na história da Física e, de fato, na história humana. Por suas importantes contribuições na formulação desse modelo que leva os seus nomes, Sheldon Lee Glashow, Steven Weinberg e Abdus Salam foram agraciados com o prêmio Nobel em Física de 1979.

REFERÊNCIAS

1 BJORKEN, J. D.; DRELL, S. D. **Relativistic quantum mechanics**. New York: McGraw-Hill, 1964. 300 p.

2 ENGLERT, F.; BROUT, R. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. **Physical Review Letters**, v. 13, p. 321-323, 1964. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.321.

3 FERREIRA, L. A. **Grupos e álgebras de Lie e teoria de representação**. 2020. Disponível em: `https://eaulas.usp.br/portal/course.action?course=33977`. Acesso em: 06 nov. 2023.

4 FERREIRA, L. A. **Teorias de gauge não abelianas e sólitons**. 2021. Disponível em: `https://eaulas.usp.br/portal/course.action?course=29528`. Acesso em: 06 nov. 2023.

5 FERREIRA, L. A. **Teoria quântica de campos**. 2020. Disponível em: `https://eaulas.usp.br/portal/course.action?course=16210`. Acesso em: 06 nov. 2023.

6 GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. **Nuclear Physics**, v. 22, p. 579-588, 1961. DOI: 10.1016/0029-5582(61)90469-2.

7 GRIFFITHS, D. J. **Introduction to electrodynamics**. 4th ed. Boston: Pearson, 2013. 599 p.

8 GRIFFITHS, D. J. **Introduction to elementary particles**. 2nd rev. ed. Weinheim: Wiley-VCH, 2008. 454 p.

9 HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics**. New York: Wiley, 1984. 396 p.

10 HIGGS, P. W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. **Physical Review Letters**, v. 13, p. 508-509, 1964. DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.508.

11 LEE, T. D.; YANG, C. N. Question of parity conservation in weak interactions. **Physical Review**, v. 104, p. 254-258, 1956. DOI: 10.1103/PhysRev.104.254.

12 MANDL, F.; SHAW, G. **Quantum field theory**. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2010. 478 p.

13 O'RAIFEARTAIGH, L. **The dawning of gauge theory**. Princeton: Princeton University Press, 1997. 249 p.

14 WEINBERG, S. A model of leptons. **Physical Review Letters**, v. 19, p. 1264-1266, 1967. DOI: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.

15 WU, C. S. *et al.* Experimental test of parity conservation in beta decay. **Physical Review**, v. 105, p. 1413-1415, 1957. DOI: 10.1103/PhysRev.105.1413.

16 YANG, C. N.; MILLS, R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. **Physical Review**, v. 96, p. 191-195, 1954. DOI: 10.1103/PhysRev.96.191.